ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες. Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x+3)^2 = x^2+6x+9$

β) $(x+2)(x-2) = x^2-4$

2. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $3x-3y = 3(x-y)$

β) $\alpha^2-16 = (\alpha-4)(\alpha+4)$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\left(\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2+2x}\right):\frac{x^2-x-6}{x^2-2x}=$$

$$\left(\frac{\overset{x}{2}}{(x-2)(x+2)}-\frac{\overset{x-2}{1}}{x(x+2)}\right)\cdot\frac{x(x-2)}{(x-3)(x+2)}=\frac{2x-(x-2)}{\cancel{x}(x+2)\cancel{(x-2)}}\cdot\frac{\cancel{x}\cancel{(x-2)}}{(x-3)(x+2)}$$

$ΕΚΠ = x(x+2)(x-2)$

$$=\frac{2x-x+2}{(x+2)(x-3)(x+2)}=\frac{\cancel{x+2}}{(x+2)(x-3)\cancel{(x+2)}}=\frac{1}{(x+2)(x-3)}$$

4. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2+5x-3=0$.

$\alpha=2$

$\beta=5$

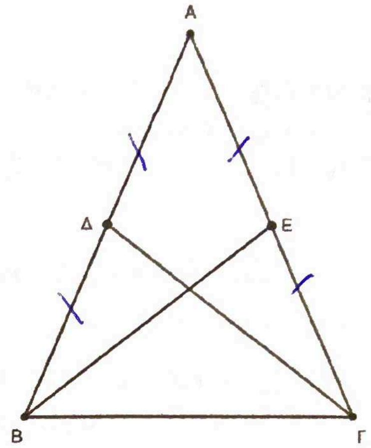
$\gamma=-3$

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\beta^2-4\alpha\gamma}}{2\alpha}=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot2\cdot(-3)}}{2\cdot2}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{-5\pm7}{4}$$

$$x_1=\frac{-5+7}{-4}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}\quad,\quad x_2=\frac{-5-7}{4}=\frac{-12}{4}=-3$$

5. Να αποδείξετε ότι οι διάμεσοι που φέρουμε από τις κορυφές των γωνιών της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.



Συγκρίνω $\overset{\Delta}{B\Gamma\Delta}$, $\overset{\wedge}{BE\Gamma}$

$\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (Γωνίες βασης ισοσκελους τριγώνου) $\Rightarrow$ Γ

$\Delta B = E\Gamma$ (Δ, Ε μέσα ισων πλευρών) $\Rightarrow$ Π

ΒΓ : κοινή πλευρα $\Rightarrow$ Π

Κριτήριο Π-Γ-Π

με Γ: περιεχόμενες $\Rightarrow$ Τα τριγωνα ειναι ίσα.

$\Rightarrow$ Αντίστοιχα στοιχεία ισα $\Rightarrow$ $\Gamma\Delta = BE$

6. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$12 + (x-2)^3 - x(x+3)^2 + 17x = 4(2-3x)(x-1)$$

Α' Μέρος:

$12 + x^3 - 3\cdot x^2\cdot 2 + 3x2^2 - 2^3 - x(x^2+6x+9) + 15x$:

$12 + \cancel{x^3} - 6x^2 + 12x - 8 - \cancel{x^3} - 6x^2 - 9x + 5x$

$-12x^2 + 8x + 4$

Β' Μέρος:

$4(2x - 2 - 3x^2 + 3)$

$= 8x - 8 - 12x^2 + 12$

$= -12x^2 + 8x + 4$

Α' Μέρος = Β' Μέρος

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$(x-2)^3 - x(x+3)^2 + 17x = 0$$

απο α) μέρος $\Rightarrow$ $4(2-3x)(x-1) = 0$

$2 - 3x = 0$

$-3x = -2$

$\boxed{x = \frac{2}{3}}$

$x - 1 = 0$

$\boxed{x = 1}$

<u>ΜΕΡΟΣ Β΄:</u> Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.
Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.
Δυο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: **(10 μονάδες)**

$$1-\frac{3x}{2-x}=\frac{x+4}{x^2-3x+2}$$

$(x-2)(x-1)$ $\quad x-1$

$$1+\frac{3x}{x-2}=\frac{x+4}{(x-2)(x-1)} \Longrightarrow (x-2)(x-1)+3x(x-1)=x+4$$

$$x^2-2x-x+2+3x^2-3x=x+4$$

$$4x^2-6x+2-x-4=0$$

$$4x^2-7x-2=0$$

ΕΚΠ $=(x-2)(x-1)$

$x\neq 2$

$x\neq 1$

$a=4$

$b=-7$

$\gamma=-2$

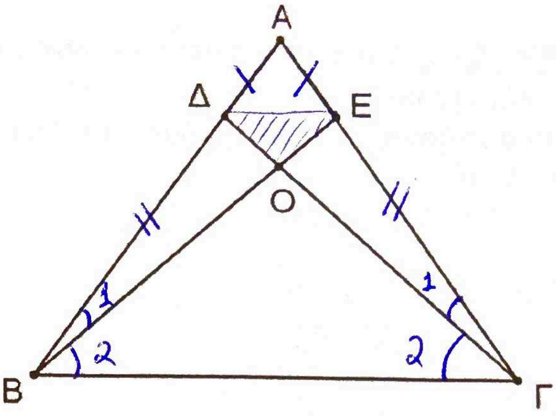
$$x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot4\cdot(-2)}}{2\cdot4}=\frac{7\pm\sqrt{49+32}}{8}$$

$$=\frac{7\pm\sqrt{81}}{8}=\frac{7\pm9}{8}=$$

$\rightarrow \frac{7+9}{8}=\frac{16}{8}=2$ //

$\rightarrow \frac{7-9}{8}=-\frac{1}{8}$ //

2. Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) παίρνουμε σημεία Δ και Ε πάνω στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, ώστε ΑΔ = ΑΕ. **(15 μονάδες)**
Να αποδείξετε ότι:



α) ΒΕ = ΓΔ

Συγκρίνω $\overset{\triangle}{BEΓ}$, $\overset{\triangle}{ΓΔE}$

$\hat{B}=\hat{Γ}$ (Γωνίες βάσης ισοσκ. τριγώνου) ⇒ Γ

ΒΓ = κοινή πλευρά ⇒ Π

ΔΒ = ΕΓ (ΑΒ = ΑΓ και ΑΔ = ΑΕ) ⇒ Π

Ίσα

⇒ Αντίστοιχα στοιχεία ίσα

⇒ ΒΕ = ΓΔ

β) Το τρίγωνο ΔΟΕ είναι ισοσκελές.

Συγκρίνω $\overset{\triangle}{ΔOB}$, $\overset{\triangle}{EOΓ}$

ΔΒ = ΕΓ (από α) ⇒ Π

$\hat{B}_1=\hat{Γ}_1$ ($\hat{B}_2=\hat{Γ}_2$ από α και Β = Γ) ⇒ Γ ⇒ Ίσα ⇒ Αντίστοιχα στοιχεία ίσα

$Δ\hat{O}B = E\hat{O}Γ$ (Κατακορυφήν) ⇒ Γ ⇒ ΔΟ = ΕΟ

⇒ $\overset{\triangle}{ΔOE}$ ισοσκελές

3. Να αποδείξετε την ταυτότητα: **(15 μονάδες)**

$$\left(2x-\frac{1}{2x}\right)^2+\left(2x-\frac{1}{2x}\right)\left(2x+\frac{1}{2x}\right)=2x(5x+2)-2(x+1)^2$$

Α' Μέρος:

$\left(4x^2-\cancel{2}2x\cdot\frac{1}{\cancel{2x}}+\frac{1}{4x^2}\right)+\left(4x^2-\frac{1}{4x^2}\right)=$

$4x^2-2+\cancel{\frac{1}{4x^2}}+4x^2-\cancel{\frac{1}{4x^2}}=8x^2-2$

Α' Μέρος = Β' Μέρο

Β' Μέρος:

$2x(5x+2)-2(x^2+2x+1)=$

$10x^2\cancel{+4x}-2x^2\cancel{-4x}-2=8x^2-2$