Γυμν. Αρχαγγέλου Σχ. Χρονιά 2015-16

Κεφ.1 : Αξιοσημείωτες ταυτότητες

Τμήμα: Γ5 Καθηγητής: Αντώνης Κτωρής

Να συμπληρωθούν οι παρακάτω δυνάμεις :

|  |  |
| --- | --- |
| * 22 =
 | * (3xy)2 =
 |
| * 32 =
 | * (– 2x)3 =
 |
| * 42 =
 | * (– 3xy)3 =
 |
| * (2x)2 =
 | * (– 3x–1y–2)3 =
 |
| * (– 3x)2 =
 | * (5x–2y3t4)2 =
 |

**Ταυτότητες**

* **Τετράγωνο Αθροίσματος : *(α + β)2 = α2 + 2αβ + β2.***
* **Τετράγωνο Διαφοράς : *(α – β)2 = α2 – 2αβ + β2.***
* ***2αβ* ονομάζεται διπλάσιο γινόμενο.**

***Προσοχή*** Το πιο συνηθισμένο λάθος είναι: (α + β)2 = α2 + β2

**Ασκήσεις**

Με την βοήθεια ταυτοτήτων, να βρεθούν τα αναπτύγματα των:

i. (μ + ν)2

ii. (λ + 1)2

iii. (2α + 3)2

iv. (2x + 3y)2

v. (α + )2

vi. 

vii. 

viii. 

1.

i. (κ – λ)2

ii. (R – 1)2

iii. (5 – 2x)2

iv. (4α – 2β)2

v. (β – )2

vi. (2γ – )2

vii. (x – 3y)2

viii. (α2 – β4)2

1.

i. (–x – 2)2

ii. (–x – y)2

iii. (–3γ – δ)2

iv. (–α2 + αβ)2

1.

i. (μ + ν)2 = μ2 + 2μν + ν2.

ii. (λ + 1)2 = λ2 + 2λ + 1.

iii. (2α + 3)2 = (2α)2 + 2(2α) . 3 + 32 = 4α2 + 12α + 9.

iv. (2x + 3y)2 = (2x)2 + 2(2x) . (3y) + (3y)2 = 4x2 + 12xy + 9y2.

v. (α + )2 = α2 + 2 . α . + ()2 = α2 + 2 +.

vi. (2x + )2 = (2x)2 + 2 (2x) . + ()2 = 4x2 + 2 +.

vii. (x + 5y)2 = (x)2 + 2 . x . 5y + (5y)2 = + 8xy + 25y2.

viii. (x2 + y3)2 = (x2)2 + 2x2 . y3 + (y3)2 = x4 + x2y3 + .

2.

i. (κ – λ)2 = κ2 – 2κλ + λ2.

ii. (R – 1)2 = R2 – 2R . 1 + 12 = R2 – 2R + 1.

iii. (5 – 2x)2 = 52 – 2 . 5 . 2x + (2x)2 = 25 – 20x + 4x2.

iv. (4α – 2β)2 = (4α)2 – 2 . 4α .2β + (2β)2 = 16α2 – 16αβ + 4β2.

v. (β – )2 = β2 – 2β + ()2 = β2 – 2 + .

vi. (2γ – )2 = (2γ)2 – 2 . 2γ + ()2 = 4γ2 – 2 + .

vii. (x – 3y)2 = (x)2 – 2 x . 3y + (3y)2 = – 4xy + 9y2.

viii. (α2 – β4)2 = (α2)2 – 2α2 . β4 + (β4)2 = α4 – +.

3.

i. (–x – 2)2 = [–(x + 2)]2 = (x+2)2 = x2 + 4x + 4.

**Παρατήρηση:** Διαπιστώνουμε ότι (-α-β)2 = (α+β)2

ii. (–x – y)2 = (x +y)2 = x2 + xy + y2.

iii. (–3γ – δ)2 = (3γ +δ)2 = 9γ2 + 2γδ + δ2.

iv. (–α2 + αβ)2 = (αβ – α2)2 = α2β2 – 2αβ . α2 + (α2)2 = α2β2 – 2α3β + α4.

1. Με τη βοήθεια της κατάλληλης ταυτότητας, να βρεθούν τα αναπτύγματα:

 i. (x + 3) . (x –3) ii. (2α – 3β) . (2α + 3β) iii. (ρ2 – 0,3q) . (ρ2 + 0,3q)

 iv. (0,1μ + 0,6ν) . (0,1μ – 0,6ν) v. (7κ2 + λ3) . (7κ2 – λ3) vi. (–x + 3y) . (x + 3y)

 vii. (α + β – γ) · (α – β + γ)

**Λύση**

i. (x + 3) . (x –3) = x2 – 32 = x2 – 9.

ii. (2α – 3β) . (2α + 3β) = (2α)2 – (3β)2 = 4α2 – 9β2.

iii. (ρ2 – 0,3q) . (ρ2 + 0,3q) = (ρ2)2 – (0,3q)2 = ρ4 – 0,03q2.

iv. (0,1μ + 0,6ν) . (0,1μ – 0,6ν) = (0,1μ)2 – (0,6ν)2 = 0,01μ2 – 0,36ν2.

v. (7κ2 + λ3) . (7κ2 – λ3) = (7κ2)2 – (λ3)2 = 49κ4 – .

vi. (–x + 3y) . (x + 3y) = (3y + x) . (3y – x) = (3y)2 – x2 = 9y2 –x2.

vii. (α + β – γ) · (α – β + γ) = [α + (β - γ)][α – (β –γ)] = α2 – (β – γ)2= α2 – β2 – γ2 + 2βγ

1. Να υπολογισθούν oι παρακάτω κύβoι αθροίσματος:

i. (x+1)3 ii. (2α -1)3 iii. (-x + 3x2)3 iv. (2α2 +)3

**Λύση**

i. (x +1)3 = x3 + 3x2 . 1 + 3x . 12 + 13 = x3 + 3x2 +3x + 1.

ii. (2α – 1)3 = (2α)3 – 3(2α)2 . 1 + 3(2α) . 12 – 13 = 8α3 – 12α2 + 6α – 1.

iii. (–x + 3x2)3 = (3x2 – x)3 = (3x2)3 – 3(3x2)2 . x + 3(3x2) . x – x3 = 27x6 – 27x5 + 9x4 – x3.

iv. (2α2 +)3 = (2α2)3 + 3(2α2)2 .+ 3(2α2) . ()2 + ()3 = 8α6 + 6α4 ++.

1. Να γίνουν οι πράξεις σε καθεμιά από τις παρακάτω παραστάσεις:

i. (α + 4)2 – α2 – 16 ii. (x + 3) . (x – 3) + 9 iii. (1 – x) . (1 + x) + x2

iv. (2x + 4)2 – 4x2 – 16x v. (2α + 1) . (2α – 1) – α2 + 1 vi. 3x(x + 2) – (x – 3)2

vii. (x + y)2 – (x – y)2 viii. (3x – 1)2 – (x + 2)2 ix. (3α + 2)3 – (3α – 2)3

**Λύση**

Σε καθεμιά από τις παρακάτω παραστάσεις εφαρμόζουμε τους τύπους των ταυτοτήτων για να εκτελέσουμε τις πράξεις, και στη συνέχεια κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.

i. (α + 4)2 – α2 – 16 = α2 + 8α + 16 – α2 – 16 = 8α.

ii. (x + 3) . (x – 3) + 9 = x2 – 9 + 9 = x2.

iii. (1 – x) . (1 + x) + x2 = 1 – x2 + x2 = 1.

iv. (2x + 4)2 – 4x2 – 16x = 4x2 + 16x + 16 – 16x = 4x2 + 16.

v. (2α + 1) . (2α – 1) – α2 + 1 = 4α2 – 1 – α2 + 1 = 3α2.

vi. 3x(x + 2) – (x – 3)2 = 3x2 + 6x – (x2 – 6x + 9) = 3x2 + 6x – x2 + 6x – 9 = 2x2 + 12x – 9.

vii. (x + y)2 – (x – y)2 = (x + y + x – y) . (x + y – x + y) = 2x . 2y = 4xy.

viii. (3x – 1)2–(x + 2)2=(3x+x+2).(3x–1–x–2)=(4x+1).(2x–3)= 8x2–12x+2x–3= 8x2–10x–3.

ix. 1ος Τρόπος (3α+2)3–(3α–2)3= 27α3+54α2+36α+8–(27α3–54α2+36α–8)=

 27α3+54α2+36α+8–27α3 + 54α2–36α+8=108α2+ 16.

 2ος Τρόπος : (3α+2)3–(3α–2)3= (3α+2–3α+2).[(3α+2)2+(3α+2).(3α–2)+(3α–2)2] =

 4(9α2+12α+4+9α2–4+9α2–12α+4)=4(27α2+4)=108α2+16.

1. Να αποδειχθούν οι παρακάτω ισότητες:

i. α2 + (2α + 5)2 = (α + 4)2 + (2α + 3)2 ii. (α2 + β2) . (x2 + y2) = (αx + βy)2 + (αy – βx)2 (Lagrange)

**Λύση**

i. α2 + (2α + 5)2 = (α + 4)2 + (2α + 3)2.

1ος Τρόπος : Αρκεί να δείξουμε ότι α2 + (2α + 5)2 – (α + 4)2 – (2α + 3)2 = 0

α2 + (2α + 5)2 – (α + 4)2 – (2α + 3)2 = α2 – (α + 4)2 + (2α + 5)2 – (2α + 3)2 =

(α + α + 4) . (α – α – 4) + (2α + 5 + 2α + 3) . (2α + 5 – 2α – 3) = (2α + 4) . (–4) + (4α + 8) . (2) =

(–4).2(α + 2) + 2.4(α + 2)= –8(α + 2)+8(α + 2) = 0.

2ος Τρόπος : α2 + (2α + 5)2 = α2 + 4α2 + 20α + 25 = α2 + 8α + 12α + 16 + 4α2 + 9 =

 α2 + 2 . 4α + 42 + (2α)2 + 2(2α) . 3 + 32 = (α + 4)2 + (2α + 3)2.

ii. (α2 + β2) . (x2 + y2) – (αx + βy)2 = (αy – βx)2.

1ος Τρόπος : (α2 + β2)(x2 + y2) = α2x2 + α2y2 + β2x2 + β2y2 = α2x2 +2αβxy +β2y2 +α2y2 –2αβxy +β2x2 = (αx)2 + 2(αx).(βy) + (βy) + (αy).(βx) + (βx)2 = (αx + βy)2 + (αy – βx)2.

2ος Τρόπος : (αx + βy)2 + (αy – βx)2 = (αx)2 + 2αxβy + (βy)2 + (αy)2 – 2αyβx + (βx)2 =

 α2x2 + β2y2 + α2y2 + β2x2 = x2 . (α2 + β2) + y2(α2 + β2) = (x2 + y2) . (α2 + β2).

1. Να αποδειχθούν οι παρακάτω ισότητες:

i. (4x+3α)2 – (3x–4α)2 = 7x2 – 48αx –7α2

ii. (κ+2λ)2 – (8κ–3λ).(8κ+3λ) – (7λ–κ)2 = –64κ2 – 36λ2 + 18κλ

iii. (9y + 1)2 – (3 – 12α)2 – (2y + 7).(2y–7) = 77y2 – 144α2 + 18y + 72α + 41

iv. (α – β).(α + β) – (α – 2β) . (α + 2β) = 3β2.

v. (2 + 4x).(2 – 4x) – (4x – 1)2 = –32x2 + 8x + 3

vi. (α – β)3 + (α + β)3 + 3(α – β)2 . (α + β) + 3(α – β) . (α + β)2 = 8α3.

**Λύση**

i. 1ος Τρόπος : (4x + 3α)2 – (3x – 4α)2 = (4x + 3α + 3x – 4α) . (4x + 3α – 3x + 4α) =

 (7x – α) . (x + 7α) = 7x2 + 49αx – αx – 7α2 = 7x2 + 48αx – 7α2.

 2ος Τρόπος : (4x + 3α)2 – (3x – 4α)2 = 16x2 + 24αx + 9α2 – (9x2 – 24αx + 16α2) =

 16x2 + 24αx + 9α2 – 9x2 + 24αx – 16α2 = 7x2 + 48αx – 7α2.

ii. 1ος Τρόπος : (κ+2λ)2– (8κ–3λ).(8κ+3λ) – (7λ–κ)2 = κ2 + 4κλ + 4λ2 – (64κ2 – 9λ2) – (49λ2 – 14κλ + κ2) = κ2 + 4κλ + 4λ2 – 64κ2 + 9λ2 – 49λ2 + 14κλ – κ2 = –64κ2 – 36λ2 + 18κλ.

 2ος Τρόπος : (κ + 2λ)2 – (7λ – κ)2 – (8κ – 3λ) . (8κ + 3λ) = (κ + 2λ + 7λ – κ) . (κ + 2λ – 7λ + κ) –

 (64κ2 – 9λ2) = 9λ(2κ – 5λ)–64κ2 + 9λ2 = 18κλ – 45λ2 – 64κ2 + 9λ2 = 18κλ – 64κ2 – 36λ2.

iii. (9y + 1)2– (3 – 12α)2– (2y + 7).(2y–7) = 81y2 +18y + 1 – 4y2 + 49 – (9 – 72α + 144α2) =

 81y2 + 18y + 1 – 4y2 + 49 – 9 + 72α – 144α2 = 77y2 + 18y – 144α2 + 72α + 41.

iv. (α – β).(α + β)–(α – 2β) . (α + 2β) = α2 – β2 – (α2 – 4β2) = α2 – α2 – β2 + 4β2 = 3β2.

v. (2 + 4x).(2 – 4x)–(4x – 1)2 = 4–16x2–(16x2–8x+1) = 4–16x2–16x2+8x–1 = –32x2 + 8x + 3.

vi. 1ος Τρόπος : (α – β)3 + (α + β)3 + 3(α – β)2 . (α + β) + 3(α – β) . (α + β)2 =

 α3 – 3α2β + 3αβ2 – β3 + α3 + 3α2β + 3αβ2 + β3 + 3(α – β).(α2 – β2) + 3(α + β).(α2 – β2) =

 α3 – 3α2β + 3αβ2 – β3 + α3 + 3α2β + 3αβ2 + β3 + 3α3 – 3αβ2 – 3βα2 +3β3 +3α3 –3αβ2 +3α2β–

 3β3 = 8α3.

 2ος Τρόπος : Παρατηρούμε ότι

 Άρα (x + y)3 = (α – β + α + β)3 = (2α)3 = 8α3.

1. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ισότητες:

i. (3 + …)2 = …+… + 9α2 ii. (…- 3x)2 = 25ψ2 - … + …

iii.  iv. (… - …)2 = 25α4 – 10α2β+…

**Λύση**

i. (3 + 3α)2 = 9 + 18α + 9α2. ii. (5y – 3x)2 = 25y2 – 30xy + 9x2.

iii. (3y +x)2 = (3y2) + 3xy + x2. iv. (5α2 – β)2 = 25α4 – 10α2β + β2.

1. Να αποδειχθούν οι παρακάτω ταυτότητες:

i. (α + β + γ)2 = α2 + β2 + γ2 + 2αβ + 2αγ + 2βγ.

ii. (α + β – γ)2 = α2 + β2 + γ2 + 2αβ – 2αγ – 2βγ.

**Λύση**

i. 1ος Τρόπος : (α + β + γ)2 = (α + β + γ) . (α + β + γ) = α2 + αβ + αγ + βα +β2 + βγ + γα + γβ + γ2= α2 + β2 + γ2 + 2αβ + 2αγ + 2βγ.

 2ος Τρόπος : (α + β + γ)2 = [(α + β) + γ]2 = (α + β)2 + 2(α+β)γ + γ2 = α2 + β2 2αβ + 2αγ + 2βγ.

ii. (α+β–γ)2=(α +β–γ).(α+β–γ)=α2 + αβ – αγ + βα +β2 – βγ – γα – γβ + γ2=α2+β2+γ2+2αβ–2αγ–2βγ.

2ος Τρόπος : : [(α+β) - γ]2 = …….

1. Αν γνωρίζουμε ότι α =+, β=– να υπολογισθεί η τιμή της Α = 3α2–7αβ+3β2.

**Λύση**

3α2 – 7αβ + 3β2 = 3(+)2 – 7(–) . (+) + 3(–)2 =3(6 + 2.+ 5) – 7(2 –2) + 3(6 + 5 – 2.) = 3(11 + 2) – 7(6 – 5) + 3(11 – 2) = 33 + 6– 7 . 1 + 33 – 6= 66 – 7 = 59.

1. Αν γνωρίζουμε ότι x += 5, να υπολογισθούν οι τιμές των: i. x2 + ii x3 +

**Λύση**

i. x + = 5  (x +)2 = 52x2 + 2 . x . +  = 25x2 += 25 –2 x2 +=23.

ii. x + = 5  ( x +)3 = 53x3 + 3x2 . + 3 x += 125 x3 ++ 3x += 125  x3 ++ 3(x +) = 125x3 ++ 15 = 125 x3 += 110.

1. Αν γνωρίζουμε ότι x – = 5 να υπολογισθούν οι τιμές των : i. x2 +

 ii. x3 – 

**Λύση**

i. x – = 5( x – )2 = 52 x2 +– 2 . x . = 25x2 += 27.

ii. x –= 5  (x –)3 = 53x3 - 3x2 . + 3x – = 125x3 –– 3(x - ) = 125 

x3 –= 125 + 15x3 += 140.

1. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει η ανισότητα α2 + β2  2αβ.

**Λύση**

Βασιζόμαστε στο γεγονός ότι το τετράγωνο ενός πραγματικού είναι μη αρνητικό. Αυτό συμβαίνει και σε αλγεβρικές παραστάσεις της μορφής α2 2αβ + β2 =(αβ)2  0. Οπότε έχουμε:

α2 + β2 – 2αβ = (α – β)2 0. Άρα α2 + β2 -2αβ 0  α2 + β22αβ.

1. *Με τη βοήθεια των ταυτοτήτων να βρείτε:*

*i. Tις δυνάμεις 312, 492 ii. Tα γινόμενα 17 . 11, 57 . 43*

**Λύση**

i. 312 = (30 + 1)2 = 302 + 2 . 30 . 1 + 12 = 900 + 60 + 1 = 361.

 492 = (50 – 1)2 = 502 – 2 . 50 . 1 + 12 = 2500 – 100 + 1 = 2401.

ii. 17 . 11 = (14 + 3) . (14 – 3) = 142 – 32 = 196 – 9 = 187.

 57 . 43 = (50 + 7) . (50 – 7) = 502 – 72 = 2500 – 49 = 2451.

1. *Νa αποδείξετε για κάθε α, β ότι ισχύει αβ = ()2 – ()2.*

**Λύση**

–=

= αβ.

1. *Να αποδείξετε ότι ισχύει καθεμιά από τις παρακάτω ανισότητες:*

 *i. Aν x > 0, τότε : x +  2 ii.. Aν x, y 0, τότε x + y2*

*iii. Aν x < 0, τότε : x + 1/x–2 iv. x2 + 2x–1 v. x2 + 2x + 2 > 0.*

**Λύση**

 i. Αν x > 0 : έστω ότι : x + 2x2 + 1 2xx2 – 2x + 1 0(x – 1)2 0. (Αληθές).

 Άρα x +  2.

ii. Αν x < 0 : έστω ότι : x + –2 x2 + 1 –2xx2 + 2x + 1 0(x + 1)2 0. (Αληθές).

 Άρα x +  –2.

iii. x, y 0 : έστω ότι : x + y  2(x + y)2(2)2x2 + 2xy + y2 4xy(x – y)20.

 (Αληθές). Άρα x + y2.

iv. x2 + 2x–1x2 + 2x + 1 0(x + 1)2 0. (Αληθές).

v. Έστω ότι : x2 + 2x + 2 > 0x2 + 2x + 1 + 1 > 0(x + 1)2 + 1 0. (Αληθές).

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα : i. (α + 3)2 ii. (λ + 5)2 iii. (λ + 3μ)2 iv. (2x + 3y)2

 v. (x – 1)2 vi. (x – 2y)2 vii. (β – 4)2 viii. (4x – 5y)2.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

i. (α + 1) (α – 1) ii. (3x – 2) (3x + 2) iii. (y + 5x) (y – 5x)

iv. (2λ + 3y) (2λ – 3y) v. (x + 3)2 + (2x – 1)2 vi. (3α + 1)2 – (2α + 5)2

vii. (x – 1)2 + (x + 1) (x + 2) viii. (2x – 5)2 – 4x2 +5.

1. Να βρείτε τα εξαγόμενα :

i. 3 – (x + 1) (x – 1) – x2 ii. 4(x + 3)2 – (2x + 6) iii. 12x + 3(3x – 1)2 – (3x + 1)(3x – 1).

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα : i. (–α – 1)2 ii. (–2x – 3)2 iii. (–x + 4)2 iv. (–2 + ω)2 v. (–x + 2) (x + 2) vi. (–2y + 3)(2y + 3).
2. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

i. (3x2 + 4y)2 ii. (+ 2βα)2 iii. (x3z + )2 iv. ()2 v. (x –)2 vi. (– 5x)2 vii. (3xy – )2 viii. (2x2 – y4)2 xi. (3x2 – 2y3)(3x2 + 2y3)

x. (+ x2) (– x2) xi. (3x3 – )(3x3 + ) xii. (x2 + )(x2 – ).

1. Να κάνετε τις πράξεις : i. (–x + 1)(–x – 1) – x2 + 25 ii. 3(–α + 2)(α + 2) + (α – 1)2

 iii. 2x(x + 1)2 + x3 – 4x2 iv. (–3α + 2β)2 – (3α + 2β)2.

1. Να αποδείξετε τις ταυτότητες : i. (x +)2 – 2 = x2 + ii. (x + y)2 – (x – y)2 = 4xy

 iii. (α2 + β2) – (2αβ)2 = (α2 – β2)2.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα :

i. (κ + λ)3 ii. (x + 5)3 iii. (2α + 1)3 iv. (z – 2)3 v. (α – 2β)3 vi.(2x – 3y)3

vii. (–x – y)3 viii. (–3 + ω)3 xi. (–2x – y)3 x. (–κ + 2μ)3 xi.(2x2 – y3)3 xii.(3αβ+β2)3.

1. Να αποδείξετε την ταυτότητα : (x + y)3 – x3 – y3 = 3xy (x + y).
2. Να βρείτε τα αναπτύγματα : i. (x2 +)2 ii. (κ –)2 iii. (x2y2 – x–2)2

 iv) (x+ )2 iv. ()2 vi. ()2.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα : i. (κ + λ + μ)2 ii. (ρ – τ + φ)2 iii. (–x – y – z)2

 iv. (–α + β – γ)2 v. (2x + 3y + z)2 vi. (α + 3β – γ)2

 vii. (–4α – 2β – γ)2.

1. Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς: i. (x + y – 1)(x + y + 1), ii. (κ + λ – μ)(κ – λ + μ),

 iii. (–α + β + γ)(α + β + γ).

1. Να αποδείξετε την ταυτότητα: [(α – β)2+(β – γ)2+(γ – α)2] = α2 + β2 + γ2 – αβ – βγ – γα.
2. Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

i. ()2 + ()2 =  ii. ()2 – ()2 = αβ.

1. Να κάνετε τις πράξεις :

i. (3x + 5y)(3x – 5y) (9x2 + 25y2) ii. (x + 1)(x2 + x + 1) (–x2 + x + 1)

iii. (2x + y + z)2 – (2x + y)2 – z2 iv. (x – 3y + 1)(x + 3y + 1) – (x + 1)2

v. 4α2(α – 2β)2 – (2α2 – 4αβ)2.

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις : Α = (–+ x) (+– x) + (– x)2.

 Β = (α + 1)2 – (α +)2 + 2(– 1)α.

1. Να συμπληρώσετε τις ισότητες :

i. (5 +..…)2 = …..+…..+ 4x2 v. (…..– …..)2 = 2 – 2x +…..

ii. (…..+…..) = 9α2 +…..+ β2 vi. (…..–…..)2 = …..+2α2+

iii. (…..– 2κ)2 = …..+2κ +….. viii. (α +…..)3 = …..+6α2β + …..+…..

iv. (…..+ 1)2 = x8 + …..+….. ix. (…..–…..)3 = 8κ3 – 36κ2λ +…..–…..

1. i. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης x2 + αν:

 **α.** x + = 2 και **β.** x –= –3

ii. Αν y += 3 να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης y3 +.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα : i. (x2y +)3 ii. ()3 iii. ()3.
2. Να κάνετε τις πράξεις: i. (α + β)3 : 8 – ()3 ii. 27(x – 1)3 – (3x)3 + 27.
3. Να αποδείξετε ότι : α.  x β. (α + β)2 4αβ.
4. Αν είναι x + y = 5 και xy = 6, να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

Α = x2 + y2, B = x3 + y3.

1. Να αποδείξετε την ταυτότητα: κ2 = (κ – 1)(κ + 1) + 1. Στη συνέχεια με την βοήθεια αυτής της ταυτότητας να υπολογίσετε τις δυνάμεις: i. 92 ii. 992 iii. 9992.
2. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί 3872, 3772 είναι πολλαπλάσιοι του 10.
3. Να αποδείξετε την ταυτότητα : α3 + β3 + γ3–3αβγ=(α + β + γ).[(α – β)2+(β – γ)2+(γ – α)2].
4. Να δείξετε ότι η διαφορά των τετραγώνων δύο διαδοχικών ακέραιων αριθμών είναι περιττός αριθμός.
5. Αν είναι (α + β) () = 4, να δείξετε ότι α = β.
6. Να δείξετε ότι για οποιονδήποτε θετικό αριθμό α ισχύει : α +  2.
7. Αν x + y = – 1/3 και xy = – 7/3, ν.δ.ο. (3x + 1)2 + (3y + 1)2 + 9(x + y) = 40.
8. Δίνεται το πολυώνυμο f(x) = 3x2 – 5x + 1. Να βρείτε τα πολυώνυμα : f(x + 1), f(2x – 3), f[f(x)].
9. α. Να δείξετε ότι: i. α2 + β2 2αβ,

 ii. (α + β)24αβ και

 iii.  2, α, β > 0.

 Πότε ισχύει το ίσον στην (iii);

β. Να αποδείξετε την ανισότητα : α2 + β2 + γ2 > αβ + βγ +γα.

γ. Αν α > β > 0 μπορεί να οριστεί οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου τέτοια ώστε ημφ =;

 Αν η απάντηση είναι καταφατική να βρεθεί το συνφ.

1. Θεωρούμε την παράσταση Α = :

α. Να κάνετε τις πράξεις στην υπόριζη ποσότητα.

β. Να υπολογίσετε την τιμή της αν x = 5α, y = –5α και z = 3α.